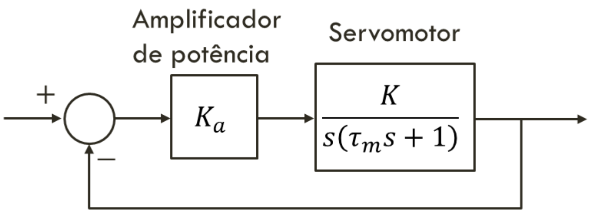
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Departamento de Engenharia Mecatrônica
Sistemas Dinâmicos II para Mecatrônica
Profa. Larissa Driemeier

Desafio

O sistema abaixo deve ter um tempo de acomodação de 0,25s, sem sobressinal, com a resposta mais rápida possível. O servo motor deve apresentar um ganho de 1,5 dB em 2Hz (converta para rad/s). Encontre os valores do ganho do amplificador, ganho do motor e sua constante de tempo que satisfaçam tais condições. Esboce o diagrama de Bode do sistema em malha fechada, destacando as regiões de baixa e alta frequência, a frequência natural e a frequência de corte.



Gabarito do desafio

Função de transferência em malha fechada

$$\frac{K_a K}{S(\tau_m S+1)} \cdot \frac{1}{1+\frac{K_a K}{S(\tau_m S+1)}} = \frac{K_a K \cdot \cancel{S(\tau_m S+1)}}{\cancel{S(\tau_m S+1)}\left[S(\tau_m S+1)+K_a K\right]} =$$

$$= \frac{K_a K}{S(\tau_m S+1)+K_a K} = \frac{K_a K}{\tau_m S^2+S+K_a K} = \frac{K_a K/\tau_m}{S^2+\frac{S}{\tau_m}+\frac{K_a K}{\tau_m}}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{K_a K/\tau_m}{S^2+\frac{1}{\tau_m}S+\frac{K_a K}{\tau_m}} = \frac{\omega_n^2}{S^2+2\zeta\omega_n S+\omega_n^2}}$$

Resposta mais rápida possível, sem sobressinal: $\zeta=1$

$$\therefore \boxed{\frac{1}{\tau_m} = 2\omega_n}$$

Tempo de acomodação (usando critério 2%): $\frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{\omega_n} = 0{,}25s \Rightarrow \boxed{\omega_n = 16}$

$$2\tau_m = \frac{1}{\omega_n}$$

$$8\tau_m = 0{,}25s \therefore \boxed{\tau_m = \frac{1}{32}s}$$

Além disso $\frac{K_a . K}{\tau_m} = \omega_n^2 \Rightarrow K_a . K = \tau_m\,\omega_n^2 = \frac{16^2}{32}$

$$\boxed{K_a . K = 8}$$

Para $f = 2Hz$ (4π rad/s), o ganho da função de transferência do motor deve ser de 1,5 dB. (2)

$$G_m(s) = \frac{K}{s\left(\frac{1}{32}s+1\right)}$$

Veja que a função de transferência do motor tem uma constante, um polo real em $s = 32$ e um polo na origem.

Fazendo de forma aproximada, sabe-se que o polo real gera 0dB até a freq de canto $\omega = 32$ rad/s. As baixas frequências são influenciadas por constante e pólo na origem.

Portanto,

$$1{,}5\,dB = \underbrace{20\log|K|}_{\text{constante}} \underbrace{- 20\log(4\pi)}_{\text{polo na origem}}$$

$$\frac{1{,}5 + 20\log(4\pi)}{20} = \log|K|$$

$$\frac{1{,}5 + 20\times 1{,}099}{20} = \log|K|$$

$$\boxed{K \simeq 15}$$

Caso utilizemos a formulação correta (não custa nada, confiaremos!!!)

$$1{,}5\,dB = \underbrace{20\log|K|}_{\text{constante}} - \underbrace{20\log(4\pi)}_{\text{polo na origem}} - \underbrace{20\log\sqrt{1+(4\pi/32)^2}}_{\text{polo real}}$$

$$1{,}5\,dB = 20\log|K| - 21{,}98 - 0{,}62$$

$$\boxed{K \simeq 16}$$

Se $K \simeq 16$ (sim, usei o valor sem aproximação. Não, não vou descontar pontos se você usar o valor aproximado $K \simeq 15$), então:

$$\boxed{K_a \doteq \frac{8}{16} \simeq 0{,}5}$$

Parâmetros,

$$\begin{cases} \tau_m = \frac{1}{32} \simeq 0{,}031\,s \\ K_a = 0{,}5 \\ K = 16 \end{cases}$$